

Einführung:

Sollten Sie Probleme beim Lösen der Übungsaufgaben haben, so wird der Besuch des Brückenkurses sehr empfohlen, da mangelndes mathematisches Grundwissen zu enormen Schwierigkeiten bei der Lösung physikalischer, physikochemischer und mathematischer Probleme, wie sie im Grundstudium bei ca. 80% der Studierenden auftreten, führt.

Folgende Zeichen sollen Ihnen bei der Lösung jeder einzelnen Übungsaufgabe helfen:



Wenn Sie dieses Zeichen sehen, dann scheint die Lösung leicht, ist aber schwierig.



Dieses Zeichen symbolisiert eine Hilfestellung durch die Autoren.



Dieses Zeichen, soll Sie auf den höchsten Schwierigkeitsgrad aufmerksam machen.

Übungsaufgabe 1:

Bitte rechnen Sie die angegebenen Werte um:

gegeben	gesucht	
5 μmol	mol	mmol
1 km	m	mm
2 Mt	t	kg
100 km/h	m/s	
5 kg/dm^3	mg/mm^3	

Übungsaufgabe 2:

Bitte reduzieren Sie den angegeben Ausdruck:



Polynomdivision!

$$\frac{r^5 - r^2}{r^4 - r^2} = ?$$

Übungsaufgabe 3:

Bitte faktorisieren Sie folgenden Ausdruck:

$$[(t^4 - 81)]^2 = ?$$

Übungsaufgabe 4:


Bitte vereinfachen Sie folgenden Ausdruck:

$$\frac{3bc^2 - cd + 15bc - 5d}{6bc^2 - 2cd - 3bc + d} = ?$$

Übungsaufgabe 5:

Lösen Sie bitte die Klammer auf, und fassen Sie zusammen:

$$\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)^5 = ?$$

Übungsaufgabe 6:

Bitte lösen Sie die gegebene Gleichung nach p_1 auf:

$$\left(\frac{T}{T_1}\right)^\kappa = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\kappa-1}$$

$$p_1 = ?$$

Übungsaufgabe 7:

Bitte lösen Sie die Gleichung nach L_G auf:

$$\frac{1}{L_G} = \frac{1}{L_1} + L_2^{-1} + \frac{1}{L_3}$$

$$L_G = ?$$

Übungsaufgabe 8:

Bitte lösen Sie die Gleichung jeweils nach U_1 und R_2 auf:

$$I = \frac{\frac{U * R_1}{R_1 + R_2} - U_1}{\frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$U_1 = ?$$

$$R_2 = ?$$

Übungsaufgabe 9:



Bitte lösen Sie folgende Gleichung jeweils nach b_1 und a_1 auf:

$$I = \frac{1}{2} * \left[\frac{(a_1 * b_1^2 + a_2 * b_2^2) * (a_1 + a_2) - (a_1 * b_1 + a_2 * b_2)^2}{a_1 + a_2} \right]$$

Übungsaufgabe 10:



Zeigen Sie, daß die folgende Gleichung durch einsetzen von $n * R = c_p - c_v$

$$h = \frac{-\frac{c_v}{n * R} * (p_2 * V_1 - p_1 * V_2) + p_2 * (V_2 - V_1)}{\frac{c_v}{n * R} * V_2 * (p_1 - p_2)}$$

zur Form: $h = 1 - \kappa * \left[\frac{\left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right)}{\left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right)} \right]$ reduziert werden kann.

Es gilt: $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$

Übungsaufgabe 11:

Fassen Sie bitte zusammen:

$$\frac{r^3 - 1}{r^2 - 1} = ?$$

Übungsaufgabe 12:

Fassen Sie bitte zusammen:



Polynomdivision!

$$\frac{24s^2 - 16cs - 14bs - 24b^2 - 12bc}{6s - 8b - 4c} = ?$$

Sollten Sie noch einen anderen Weg zur Lösung der Aufgabe sehen, so zeigen Sie diesen.

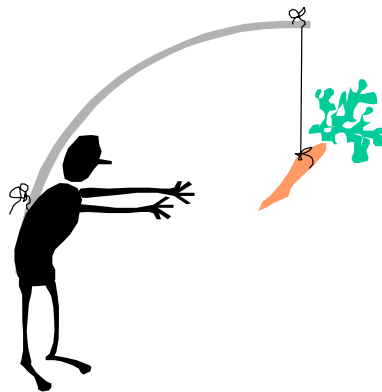
Übungsaufgabe 13:



Anwendung des Pascal'schen Dreieckes!

Fassen Sie bitte zusammen:

$$\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)^5 = (w - z)^5$$



Jetzt wird 's mal kurzzeitig einfacher!

Übungsaufgabe 14:

Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$$\begin{array}{llll}
 14.1. & \begin{vmatrix} 112 & 37 \\ 100 & 33 \end{vmatrix} & 14.2. & \begin{vmatrix} 39 & 51 \\ 13 & 17 \end{vmatrix} & 14.3. & \begin{vmatrix} 1000 & 11 \\ 46 & 5 \end{vmatrix} & 14.4. & \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 5 \\ 3 & 1 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} \\
 14.5. & \begin{vmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 8 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix} & 14.6. & \begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 5 & 5 & 1 \\ 9 & 8 & 7 \end{vmatrix} & 14.7. & \begin{vmatrix} 3 & 4 & 15 \\ 6 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} & 14.8. & \begin{vmatrix} a & \sqrt{2} & c \\ 0 & 3 & \sqrt{2} \\ a & 5 & 3 \end{vmatrix}
 \end{array}$$

Übungsaufgabe 15:

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe von Determinanten!

$$\begin{array}{lllll}
 15.1. & 3*(x-3) - 5y = 2x - 1 & 15.2. & x - 2y = -1 & 15.3. & 2s + 3t = 19 \\
 & 2y + 4*(2x-1) = 6x & & -2x + 3y = 0 & 15.4. & 9x = 11 - 5y \\
 & & & & & 4x = 7y - 32 \\
 & & & & 15.5. & 3x - 4y + z = 15 \\
 & & & & & x + y + 2z = 23 \\
 & & & & & -2x + 6y - z = -6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 15.6. & 15.7. \\
 4r - 8s + t = 3 & 2u + v - w + 2x = 0 \\
 2r + 4s - 3t = -7 & 3u + 2v + 2w - 3x = 17 \\
 r - 2s + 6t = 18 & -u - 3v + 4w + 8x = -1 \\
 & u - v + 3w - 9x = 19
 \end{array}$$

Bitte lösen Sie das Gleichungssystem 15.7. auch nach dem Gauß'schen Eliminationsverfahren!

Übungsaufgabe 16:

Lösen Sie die Gleichung nach [L] auf:

$$C_L = [L] + \frac{K * [L]}{1 + K * [L]} * C_M$$



Übungsaufgabe 17:

Die Fläche eines Rechtecks beträgt 12 m^2 . Die Diagonale ist 5 m lang. Wie lang sind die Seiten des Rechtecks?



Eine Skizze veranschaulicht die Problemstellung!

Übungsaufgabe 18:

Löse folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{array}{l}
 5x^2 + 2y^2 - 4x^2 = 3 \\
 y^2 + x^2 = 2
 \end{array}$$

Übungsaufgabe 19:

Zerlegen Sie in Linearfaktoren:

19.1.	$2t^2 - 10t + 12$
19.2.	$rL^2 + sL + t$
19.3.	$\omega L^4 + rL^2 + Q$
19.4.	$rs^3 + ts^2 + Qs$

19.5. $t^3 - t^2 + t - 1$

Übungsaufgabe 20:

20.1. Berechnen Sie a:

$$\frac{1 + \lg(a)}{\lg(a)} - \frac{2 * \lg(a)}{1 + \lg(a)} = 1$$

$$a = ?$$

20.2. Berechnen Sie r:

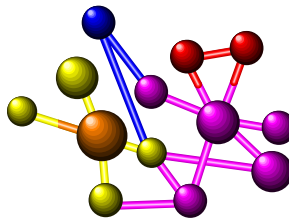
$$\lg(r) + 3 * \lg(2) - \lg(r - 1) = \lg(2 * r)$$

$$r = ?$$

20.3. Lösen Sie die Wurzel auf:

$$\lg \sqrt[5]{\frac{m^x * \sqrt[5]{a^2}}{(ax)^4 * (nz)^7}} = ?$$

20.4. Welche Hydroxidionenkonzentration hat eine Lösung vom pH-Wert 12,36?



20.5. $3 * 3^{2a} - 4 * 3^2 * 3^a + 81 = 0$ $a = ?$

Übungsaufgabe 21:

Zeichnen Sie die folgenden Funktionen:

$y = 10^x$	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$y = \log_2 x$	$y = \log_{\frac{1}{10}} x$
$y = \exp(x)$	$y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$	$y = \ln(x)$	$y = \log_{\frac{1}{2}} x$
$y = 2^x$	$y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$	$y = \lg(x)$	$y = b \exp[-(ax)^2]$ $a > 0$

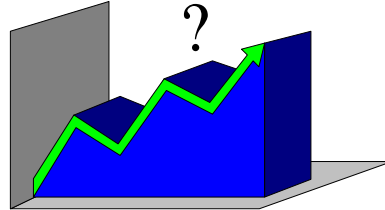
Diskutiere den Einfluß von a und b.

Übungsaufgabe 22:

Zeichnen Sie folgende Funktion schematisch:

$$y = ae^{bx} + ce^{dx}$$

$a > 0, b > 0$ und $c > 0, d > 0$
 $a > 0, b < 0$ und $c > 0, d > 0$
 $a > 0, b > 0$ und $c < 0, d > 0$
 $a < 0, b < 0$ und $c > 0, d > 0$



Übungsaufgabe 23:

Ein Kapital verzinst sich mit 5% pro Jahr. Wie lange dauert es, bis sich das Kapital verdoppelt?

Übungsaufgabe 24:

Stellen Sie die angegebenen Funktionen bitte nach der gesuchten Variablen um.

$$y = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}$$

$$x = ?$$

$$p = p_0 * e^{-\frac{\gamma_0 * s * h}{p_0}}$$

$$h = ?$$

$$w = \ln\left(2 - \frac{1}{2} * \sqrt{z - 3}\right)$$

$$z = ?$$

Übungsaufgabe 25:



Winkelfunktionen sind schwierig, aber zwingend notwendig!

Berechne: $\sin(\alpha + \beta)$ $\cos(\alpha + \beta)$ $\tan(\alpha + \beta)$ $\cot(\alpha + \beta)$ $\sin(2 * \alpha)$



Übungsaufgabe 26:

Zeichnen Sie die Funktionen und deren Umkehrfunktionen:

$$\begin{aligned} y &= 3 * \sin(x) & y &= \cos(2 * x) \\ y &= \tan(2 * x) & y &= 2 * \cos\left(3 * x - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Übungsaufgabe 27:

In einem rechtwinkligen Dreieck ist $a = 7$ cm und $\alpha = 40^\circ$. Berechnen Sie alle übrigen Seiten und Winkel.

Übungsaufgabe 28:

Jemand erblickt die Spitze eines Schornsteins aus 125 m Entfernung unter einem Winkel $\alpha = 24^\circ 20'$. Wie hoch ist der Schornstein, wenn die Augenhöhe 1,4 m beträgt.
Können Sie die Erdkrümmung vernachlässigen? - Begründen Sie Ihre Aussage.

Übungsaufgabe 29:

Stellen Sie folgende Gleichungen um:

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{4} e^{-\cos^2(z-1)} & y &= \frac{a+b}{2} * \sin[(x+1)]^2 \\ z &= ? & x &= ? \end{aligned}$$

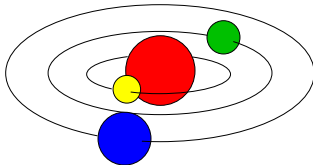
$$t = 4 * \arctan\left(\frac{1}{u^2}\right)$$

$$u = ?$$

$$y = \frac{\frac{r * t}{w} + 1}{\frac{1}{6} - 1} * \arcsin(1 - x^2)$$

$$x = ?$$

Übungsaufgabe 30:



3 Atome haben in einem Koordinatensystem folgende Koordinaten: A (-2;2), B (1;-1), C (2,5;2)

Wie lauten die Geradengleichungen a, b, c durch diese Punkte?
Wie groß sind die Winkel?

Übungsaufgabe 31:

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von:

$$\frac{x + 2}{5x(x + 1) * (x - 1) * (x - 2)}$$

$$\frac{2x^2 + 3}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\frac{1}{x^4 - 1}$$

Übungsaufgabe 32:

Bestimmen Sie die Nullstellen, Polstellen und das Verhalten von $f(t)$ in der Umgebung der Polstellen, sowie das asymptotische Verhalten von:

32.1.

$$f(t) = \frac{2t - 5}{t - 3}$$

32.2.

$$f(t) = \frac{1}{(t + 1)^2}$$

32.3.

$$f(t) = \frac{t - 2}{(t^2 - 4) * (t + 1)}$$

Übungsaufgabe 33:

Berechnen die Gleichung der Tangente in $[x_0, f(x_0)]$:

33.1. $f(x) = 3x^2 - x$ $x_0 = 0$

33.2. $f(x) = 1 + \sqrt{x}$ $x_0 = 2$

33.3. $f(x) = (x^2 + 1)^{-1}$ $x_0 = 1$

Übungsaufgabe 34:

Berechnen Sie die Ableitungen der angegebenen Funktionen:

	FUNKTION	ABL.		FUNKTION	ABL.
34.1.	$k(i) = i^2 * \sqrt{i^3 + 2i}$	1.	34.7.	$f(r) = \sin^4(r)$	1.
34.2.	$p(t) = \frac{\sqrt{t^2 - 3t + 2}}{t^2}$	1.	34.8.	$f(r) = (r^2 + 1)^{-1}$	1.
34.3.	$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^{\kappa} \frac{dp}{dT} = ?$	1.	34.9.	$f(r) = 4^{-r^2 * e^r}$	1.
34.4.	$g(x) = U(x) * V(x)$	1.; 2.; 3.	34.10.	$f(r) = \frac{e^r * (\sin r + 2 \cos r)}{r^2}$	1.
34.5.	$f(r) = \frac{2r + 5}{r^3 + 7r - 5}$	1.	34.11.	$f(r) = r^{\sin r}$	1.
34.6.	$f(r) = \left(\frac{1+r}{1-r}\right)^{\frac{1-r}{1+r}}$	1.	34.12.	$f(r) = r^{\frac{1}{r}}$	1.

Übungsaufgabe 35:

Integrieren Sie:

$\int 2x + 3 dx$	$\int \left(\sqrt{x^3} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$
$\int \frac{x^2 + 2}{x} dx$	$\int (e^x + x^{2e}) dx$
$\int (x^3 + x^{-3}) dx$	$\int (2 \sin x + 3 \cos x) dx$

Übungsaufgabe 36:

Integrieren Sie:

$\int (ax + b)^3 dx$	$\int \frac{dx}{(a + x)^2}$
$\int e^{nx} dx$	$\int \cos(2x) dx$
$\int \frac{dx}{ax + b}$	$\int \sin(2x) dx$
$\int (\sqrt{r^2 - x^2})^{-1} dx$	$\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$
$\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$	$\int \sqrt{ax + b} dx$
$\int_a^c (x^2 - a^2) dx$	$\int_{r-h}^h (r^2 - x^2) dx$
$\int_0^r (r^2 - x^2) dx$	$\int_{T_1}^T (T - T_0)^{-1} dT$

Übungsaufgabe 37:

Integrieren Sie:

$\int x^2 * \sin(x) dx$	$\int x^n \ln(x) dx$
$\int x^3 * \ln(x) dx$	$\int \cos^2(x) dx$
$\int \sin^2(x) dx$	$\int \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$
$\int_0^{\pi} \sin^2(x) dx$	

Übungsaufgabe 38:

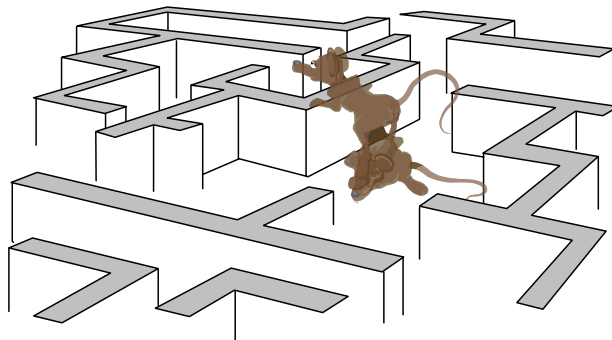
Berechnen Sie das Volumen einer Kugel. $\{y^2 + x^2 = r^2; f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}\}$ in den Integrationsgrenzen von 0 bis r.

Übungsaufgabe 39:

Berechne die Bogenlänge eines Kreises: $r^2 = x^2 + y^2$ in den Integrationsgrenzen von 0 bis r.

Übungsaufgabe 40:

Berechne die Oberfläche einer Kugel in den Integrationsgrenzen von -r bis r.



Sie haben es nahezu geschafft, sich durch das Labyrinth zu kämpfen.

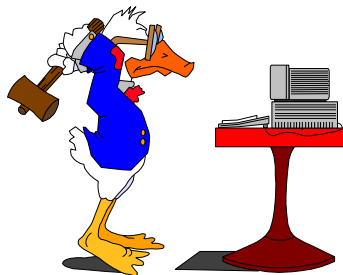
Übungsaufgabe 41:

Ein offenes Ausgleichsgefäß wird mit $\dot{V} = 10 \frac{L}{\text{min}}$ gefüllt. Wenn das halbe Kesselvolumen von 500 L erreicht ist, schließt das Zulaufventil automatisch und über ein Ablaufventil läuft die Flüssigkeit mit $\dot{V} = 2 \frac{L}{\text{min}}$ in einen Mischbehälter ab.

Durch einen technischen Defekt, bei einem Füllstand von 400 dm^3 , wird das Ablaufventil ausserplanmäßig geöffnet, gleichzeitig versagt die „NOT-AUS“-Schaltung des Zulaufventiles, so daß beide Ventile gleichzeitig geöffnet sind. Berechnen Sie die Zeit, die den Technikern verbleibt das Zulaufventil zu reparieren, ohne daß das Ausgleichgefäß überläuft.



Das Symbol \dot{V} bezeichnet man in der Technik als Volumenstrom. Es stellt die verkürzte Schreibweise des Differentialquotienten $\frac{dV}{dt}$ dar.



Das war's! - Aber bitte den Rechner nicht „deleten“, Sie brauchen ihn noch!!

Folgende Bücher sollte jeder Studierende in der Chemie zur Aufarbeitung der Vorlesung in der Mathematik, Physik und Datenverarbeitung besitzen oder in der Bibliothek (begrenzte Anzahl) rechtzeitig ausleihen. Oft können diese Standardwerke auch bei eBay günstig ersteigert werden.

1. Bartsch, Taschenbuch Mathematischer Formeln, Verlag Harri Deutsch, Formelsammlung
2. Bronstein u.a.: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Formelsammlung
3. Zachmann, Mathematik für Chemiker, Verlag Chemie
4. Papula, Mathematik für Ingenieure Bd. 1-2, Verlag Vieweg
5. Lothar Kusch, Mathematik alle 4 Bände
6. Walther Biesterfeld, Mathematik für die Fachhochschulreife

Übungsaufgabe 1:

Umrechnung von Maßeinheiten:

<i>gegeben</i>		
$5 \mu\text{mol}$	$5 \cdot 10^{-6} \text{ mol}$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ mmol}$
1 km	10^3 m	10^6 mm
2 Mt	$2 \cdot 10^6 \text{ t}$	$2 \cdot 10^9 \text{ kg}$
100 km/h		$\frac{100\text{m}}{3,6\text{s}} = \underline{\underline{27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$
5 kg/dm^3	$\frac{5 \cdot 10^6 \text{ mg}}{10^6 \text{ mm}^3}$	5 mg/mm^3

Übungsaufgabe 2:

$$\underline{\underline{r + \frac{1}{r+1}}}$$

Übungsaufgabe 3:

$$[(t^4 - 81)]^2 = (t^2 + 9)^2 * (t^2 + 3)^2 * (t - 3)^2$$

Übungsaufgabe 4:

$$\frac{3bc^2 - cd + 15bc - 5d}{6bc^2 - 2cd - 3bc + d} = \underline{\underline{\frac{1}{2} + \frac{11}{2} * \frac{1}{2c-1}}}$$

Übungsaufgabe 5:

$$\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)^5 = \frac{1}{32}a^5 - \frac{5}{24}a^4b^2 + \frac{5}{9}a^3b - \frac{20}{27}a^2b^3 + \frac{40}{81}ab^4 - \frac{32}{243}b^5$$

Übungsaufgabe 6:

$$p_1 = p * \left(\frac{T_1}{T}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Übungsaufgabe 7:

$$L_G = L_1 * L_2 * L_3 * (L_2 * L_3 + L_1 * L_3 + L_1 * L_2)^{-1}$$

Übungsaufgabe 8:

$$U_1 = \left(\frac{U}{R_2} - I \right) * \left(\frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} \right) \quad R_2 = \frac{R_1 * (U - U_1)}{IR_1 + U_1}$$

Übungsaufgabe 9:

$$a_1 = \frac{2I * a_2}{a_2 * (b_1 - b_2)^2 - 2I} \quad b_2 = b_1 \pm \sqrt{2I * \frac{a_1 + a_2}{a_1 * a_2}}$$

Übungsaufgabe 10:

Lösung siehe Aufgabenblatt!!

Übungsaufgabe 11:

$$r + \frac{1}{r + 1}$$

Übungsaufgabe 12:

$$4s + 3b$$

Übungsaufgabe 13:

Lösung siehe Übungsaufgabe 5!!

Übungsaufgabe 14:

14.1.	14.2.	14.3.	14.4.	14.5.	14.6.	14.7.	14.8.
-4	0	-106	$-\frac{3}{20}$	20	-7	57	$11a - 3ac - 5\sqrt{2} * a$

Übungsaufgabe 15:

15.1.	15.2.	15.3.	15.4.	15.5.	15.6.	15.7.
x=3 y=-1	x=3 y=2	x=2 y=-5	x=-1 y=4	x=5 y=2 z=8	$r = \frac{1}{2}; s = \frac{1}{4}; t = 3$	u=2 v=1 w=3 x=-1

Übungsaufgabe 16:

$$[L]_{1/2} = \frac{1 + (C_M - C_L) * K \pm \sqrt{[1 + (C_M - C_L) * K]^2 + 4 * K * C_L}}{2 * K}$$

Übungsaufgabe 17:

$$a_{1/2} = \pm 4$$

$$b_{3/4} = \pm 3$$

Übungsaufgabe 18:

$$x_{1/2} = \pm 1$$

$$y_{1/2} = \pm 1$$

Übungsaufgabe 19:

19.1.

$$(t-3)(t-2)$$

19.2.

$$L_{1/2} = -\frac{s}{2r} \pm \sqrt{\left(\frac{s}{2r}\right)^2 - \frac{t}{r}}$$

$$(L-L_1)(L-L_2)$$

19.3.

$$x_{1/2} = -\frac{r}{2\omega} \pm \sqrt{\left(\frac{r}{2\omega}\right)^2 - \frac{Q}{\omega}}$$

$$L_{1/2} = \pm \sqrt{x_1}$$

$$L_{3/4} = \pm \sqrt{x_2}$$

$$(L-L_1)(L-L_2)(L-L_3)(L-L_4)$$

19.4.

$$s_{1/2} = -\frac{t}{2r} \pm \sqrt{\left(\frac{t}{2r}\right)^2 - \frac{Q}{r}}$$

$$S(S-S_1)(S-S_2)$$

19.5.

$$(t^2+1)(t-1)$$

Übungsaufgabe 20:

20.1.

$$a_1 = 10^{-\frac{1}{2}}$$

$$a_2 = 10^1$$

20.2.

$$r=5$$

20.3.

$$\frac{1}{C} \left[x \lg m + \frac{2}{5} \lg a - [4(\lg a + \lg x) + 7(\lg n + \lg z)] \right]$$

20.4.

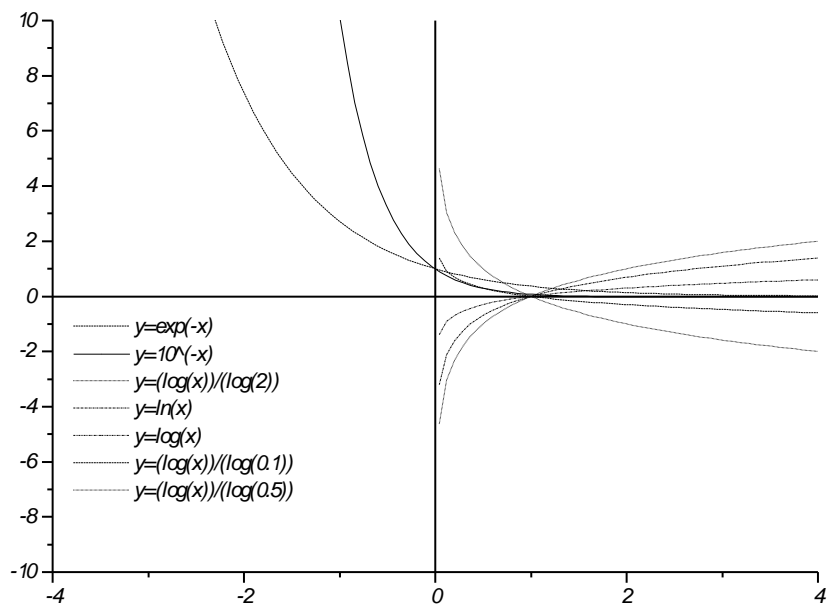
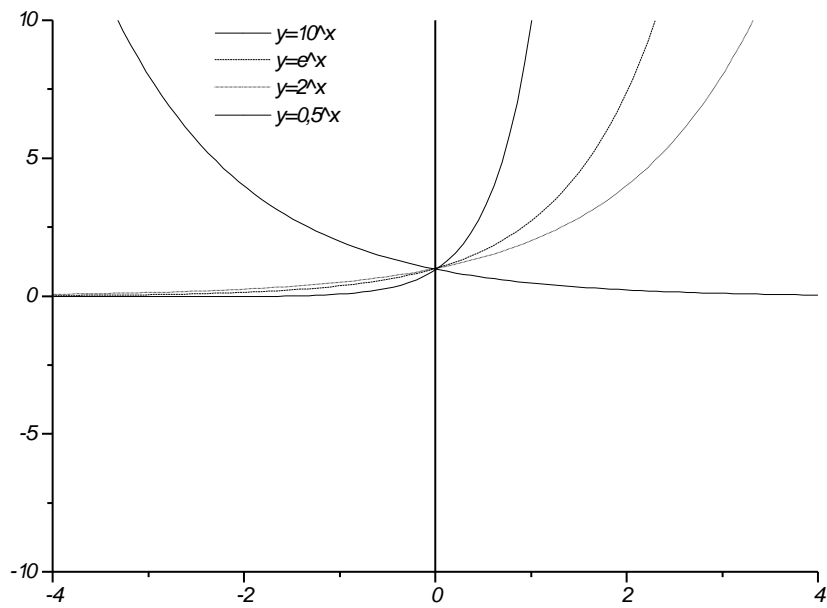
$$c_{OH^-} = 0,228 * 10^{-1} \frac{mol}{L}$$

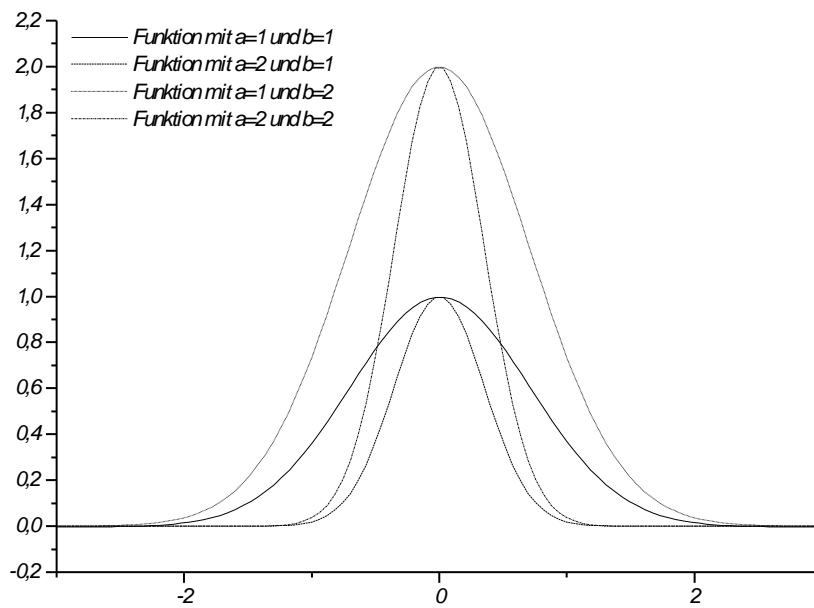
20.5.

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 1$$

Übungsaufgabe 21:





Für $b < 0$ wird die Funktion an der Abszisse gespiegelt.

Übungsaufgabe 22:

Übungsaufgabe 23:

$t = 14,2$ Jahre

Übungsaufgabe 24:

$$x = \ln(y \geq \sqrt{y^2 - 1})$$

$$z = (4 - 2e^w)^2 + 3$$

$$h = \frac{p_0}{\gamma_0 * g} * \ln\left(\frac{p_0}{p}\right)$$

Übungsaufgabe 25:

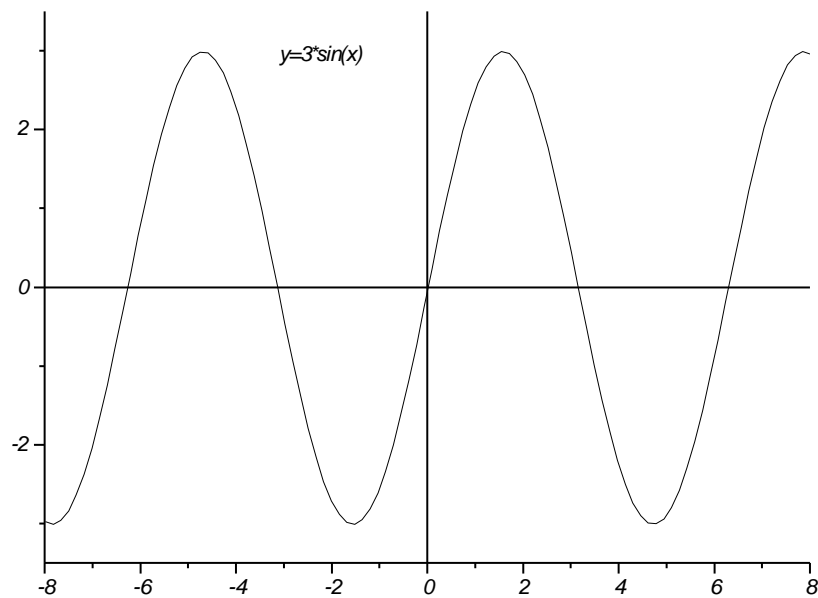
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha * \cos \beta + \cos \alpha * \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha * \sin \beta - \sin \alpha * \cos \beta$$

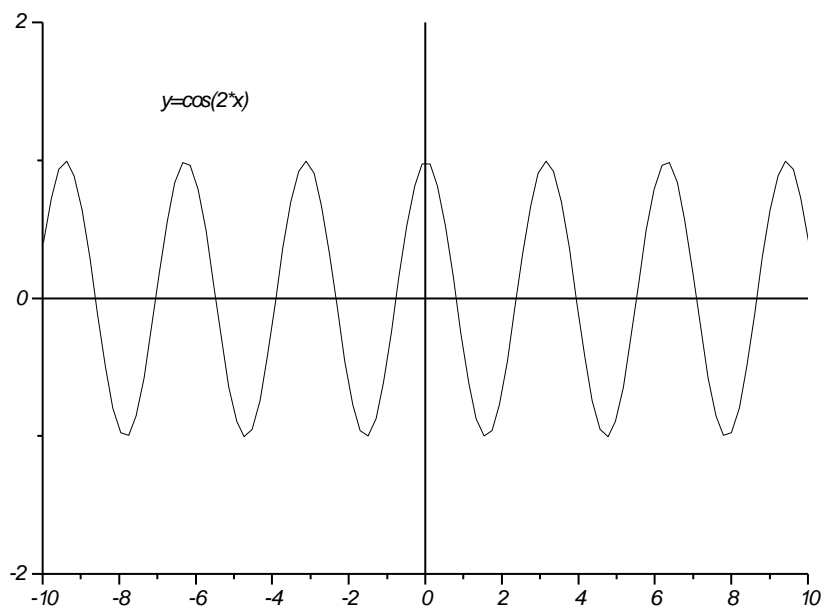
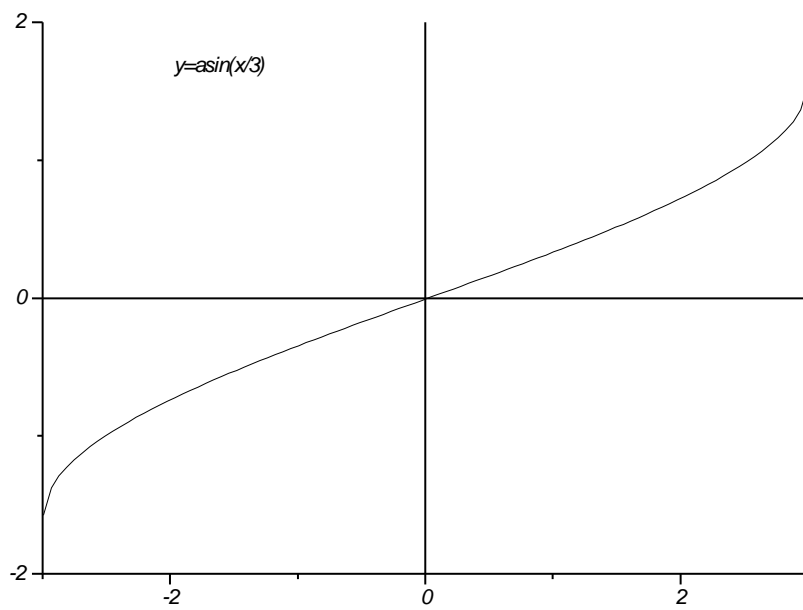
$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha * \tan \beta}$$

$$\cot(\alpha + \beta) = \frac{\cot \alpha * \cot \beta - 1}{\cot \alpha + \cot \beta}$$

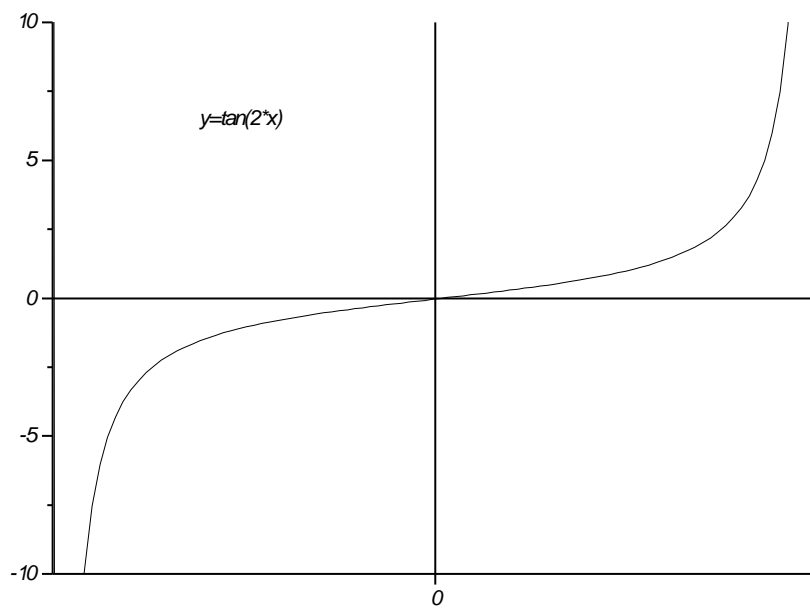
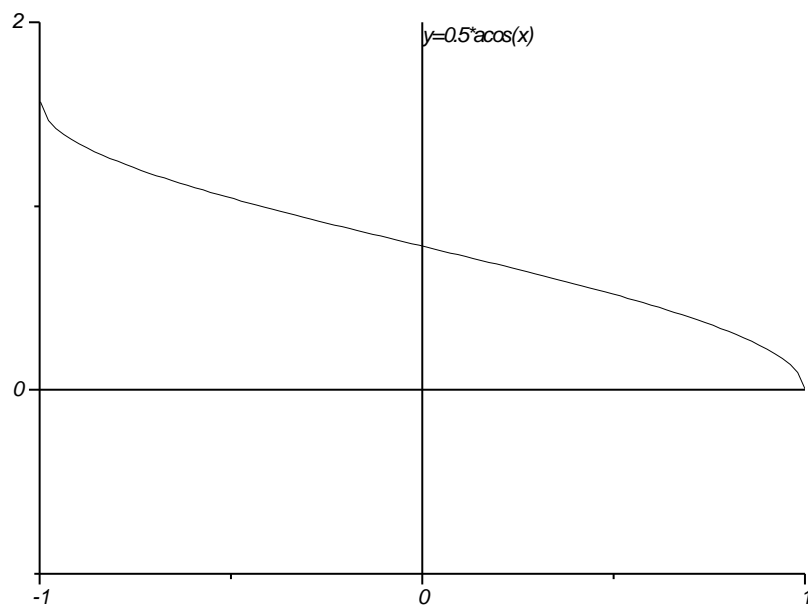
$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha * \cos \alpha$$

Übungsaufgabe 26:

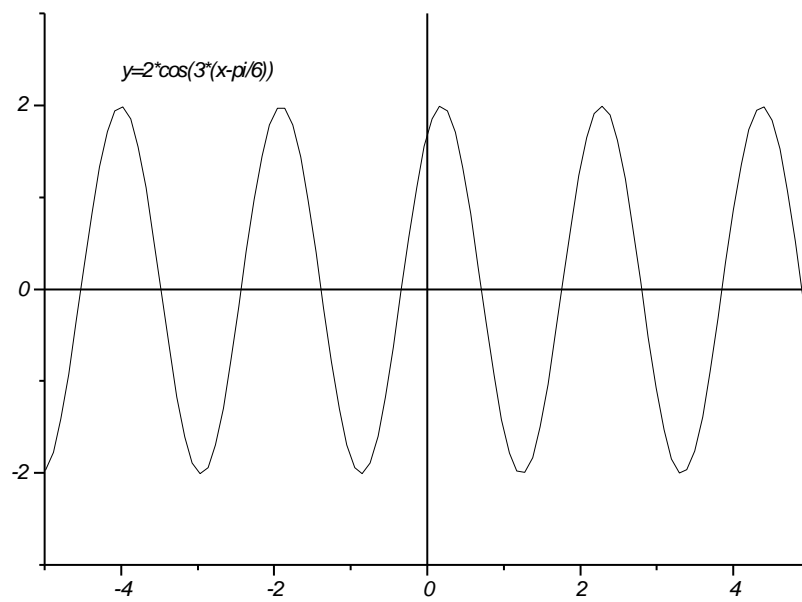
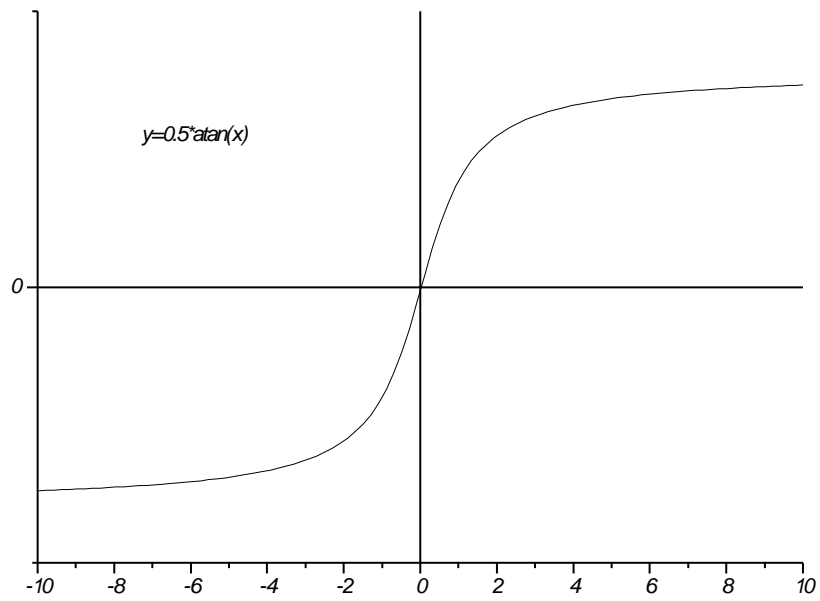
Spiegelfunktion:



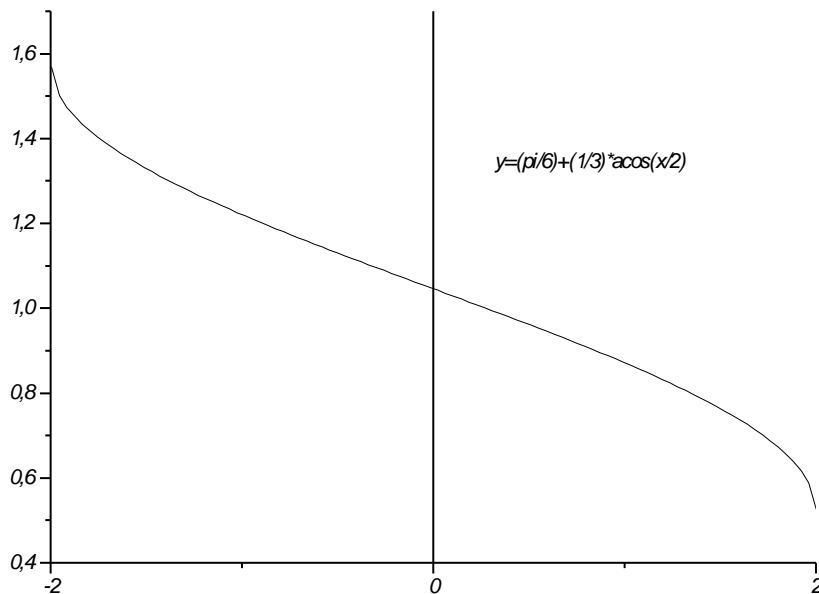
Spiegelfunktion:



Spiegelfunktion:



Spiegelfunktion:



Übungsaufgabe 27:

$$\alpha = 40^\circ \quad \beta = 50^\circ \quad \gamma = 90^\circ$$

$$a = 7\text{ cm} \quad b = 8,342\text{ cm} \quad c = 10,89\text{ cm}$$

Übungsaufgabe 28:

$$h = 57,93 \text{ m}$$

Übungsaufgabe 29:

$$z = 1 + \arccos\left(\pm \sqrt{\ln\left(\frac{1}{4t}\right)}\right) \quad u = \pm \sqrt{\cot\left(\frac{t}{4}\right)} \quad x = \pm \sqrt{\arcsin\left(\frac{c \cdot y}{a + b}\right)} - 1$$

$$x = \pm \sqrt{1 - \sin\left(\frac{y\left(\frac{1}{6} - 1\right)}{\frac{r \cdot t}{w} + 1}\right)}$$

Übungsaufgabe 30:

$$a = 2x - 3 \quad b = 2 \quad c = x$$

$$\alpha = 45^\circ \quad \beta = 71,56^\circ \quad \gamma = 63,4^\circ$$

Übungsaufgabe 31:

$$\frac{1}{5x} - \frac{1}{30(x+1)} - \frac{3}{10(x-1)} + \frac{2}{15(x-2)}$$

$$\frac{2}{(x^2+1)} + \frac{1}{(x^2+1)^2}$$

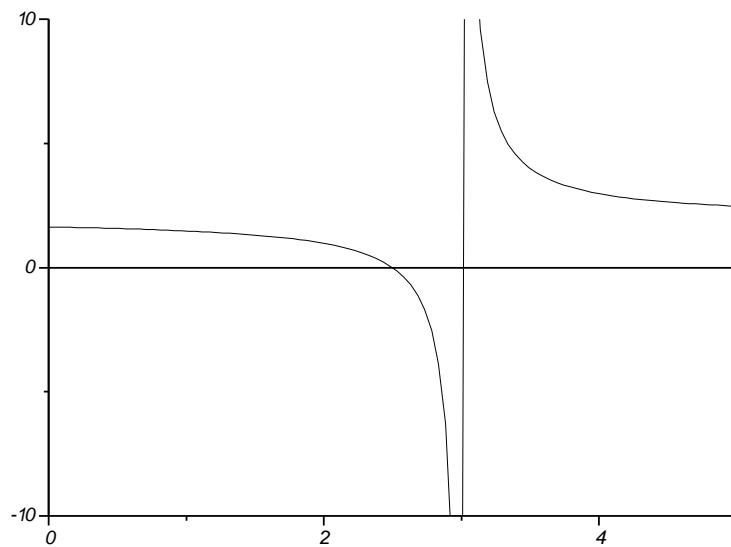
$$\frac{1}{4(x-1)} - \frac{1}{4(x+1)} - \frac{1}{2(x^2+1)}$$

Übungsaufgabe 32.1.:

Nullstelle $t=5/2$

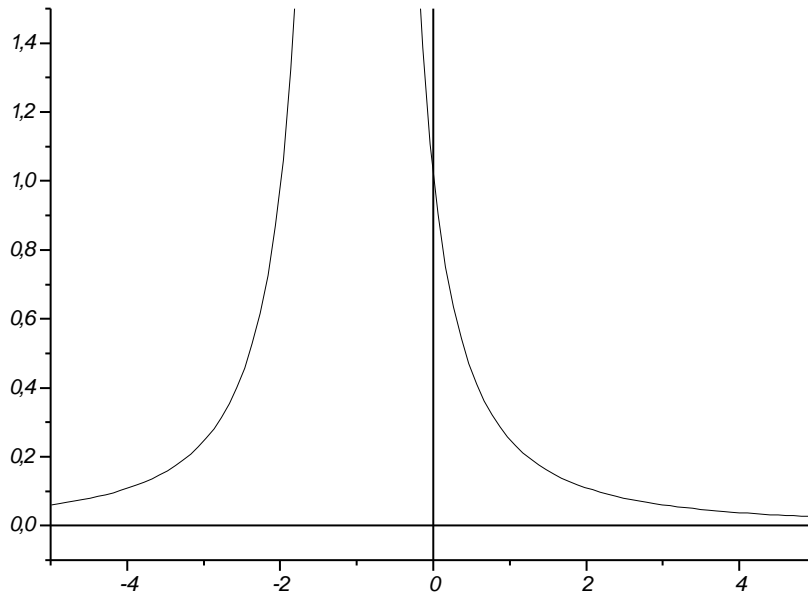
Polstelle $t=3$

Asymptote: $f(t) = 2$



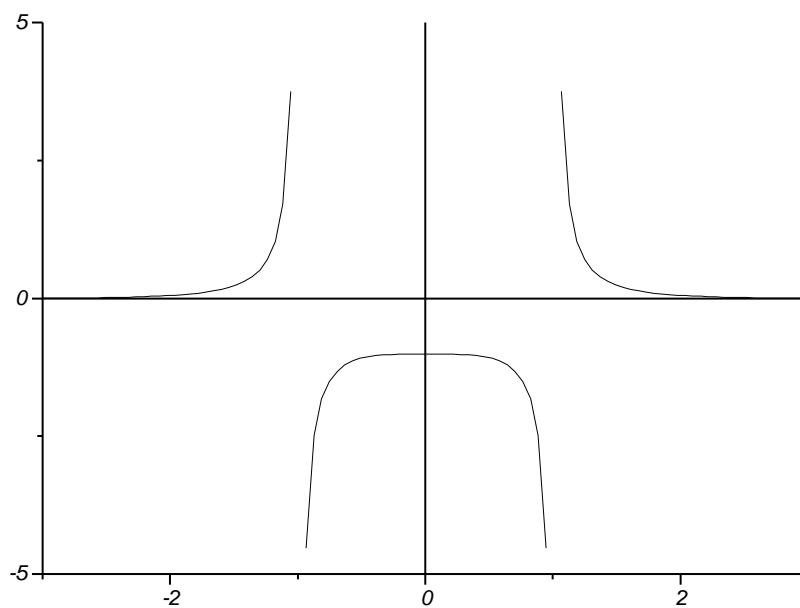
Übungsaufgabe 32.2.:

Nullstellen: keine Polstelle $t = -1$ Asymptote: $f(t) = 0$



Übungsaufgabe 32.3.:

hebbare Lücke: $t = 2$ Polstelle: $t = -2$ und $t = -1$ Asymptote: $f(t) = 0$
 Nullstellen: keine



Übungsaufgabe 33:

$$y = -x \qquad y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \qquad y = -\frac{1}{2}x + 1$$

Übungsaufgabe 34:

$$\frac{dk}{di} = i^2 * \frac{3i + 2}{2\sqrt{i^3 + 2i}} + \sqrt{i^3 + 2i} * 2i$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{t^4} \left[t^2 * \frac{2t - 3}{2\sqrt{t^2 - 3t + 2}} - \sqrt{t^2 - 3t + 2} * 2t \right]$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\left(\frac{T}{T_1}\right)^{\kappa-1}}{\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\kappa-2}} * \frac{\kappa}{\kappa-1} * \frac{p_1}{T_1}$$

$$g' = u * v' + u'v$$

$$g'' = uv'' + 2u'v' + vu''$$

$$g''' = uv''' + 3u'v'' + 3v'u'' + u'''v$$

$$f'(r) = \frac{-4r^3 - 15r^2 - 45}{(r^3 + 7r - 5)^2} \quad \text{oder} \quad f'(r) = -\frac{4r^3 + 15r^2 + 45}{(r^3 + 7r - 5)^2}$$

$$\frac{df(r)}{dr} = 4 \sin(r) \cos(r)$$

$$f'(r) = -\frac{2r}{(r^2 + 1)^2}$$

$$\frac{df(r)}{dr} = -4e^{-r^2e^r} * e^r * \ln 4 * (2r + r^2)$$

$$f'(r) = \frac{r * e^r * (3\cos(r) - \sin(r)) - 2 * e^r * (\sin(r) + 2\cos(r))}{r^3}$$

$$y' = r^{\sin(r)} * \left(\cos(r) \ln(r) + \frac{\sin(r)}{r} \right)$$

$$\frac{df(r)}{dr} = \left(\frac{1+r}{1-r} \right)^{\frac{1-r}{1+r}} * \frac{2}{(1+r)^2} * \left[1 - \ln\left(\frac{1+r}{1-r} \right) \right]$$

$$y' = \sqrt[r]{r} * \left(\frac{1 - \ln r}{r^2} \right)$$

Übungsaufgabe 35:

$$x^2 + 3x + c$$

$$\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| + c$$

$$\frac{x^4}{4} - \frac{1}{2x^2} + c$$

$$\frac{2 * \sqrt{x^5}}{5} - 6 * \sqrt{x} + c$$

$$e^x + \frac{1}{1+2e} x^{(2e+1)} + c$$

$$-2\cos(x) + 3\sin(x) + c$$

Übungsaufgabe 36:

$\frac{1}{4a}(ax+b)^4 + c$	$-\frac{1}{a+x} + c$
$\frac{1}{n}e^{nx} + c$	$\frac{1}{2}\sin(2x) + c$
$\frac{1}{a} * \ln(ax+b) + c$	$\sin^2(x) + c$
$\arcsin\left(\frac{x}{r}\right) + c$	$\frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\arctan(x+2)$	$\frac{2}{3a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$
$\frac{1}{3}(c^3 - 3a^2c + 2a^3)$	$\frac{1}{3}h^2(3r-h)$
$\frac{2}{3}r^3$	$\ln\left(\frac{T-T_0}{T_1-T_0}\right)$

Übungsaufgabe 37:

$2x * \sin(x) + (2 - x^2)\cos(x) + c$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} * \left(\ln(x) - \frac{1}{n+1}\right) + c$
$\frac{1}{4}x^4 * \left(\ln(x) - \frac{1}{4}\right) + c$	$\frac{1}{4}(2x + \sin(2x)) + c$
$\frac{1}{4}(2x - \sin(2x)) + c$	$-\frac{1}{2(1+x^2)} + c$
$\frac{1}{2}\pi$	

Übungsaufgabe 38:

$$V = \frac{2}{3}\pi * r^3$$

Übungsaufgabe 39:

$$s = \frac{\pi * r}{2}$$

Übungsaufgabe 40:

$$O = 4 * \pi * r^2$$

Übungsaufgabe 41:

t= 75 Minuten



Die Autoren möchten an dieser Stelle für konstruktive Kritik, Hinweise und Verbesserungsvorschläge aus dem Leserkreis besonders danken. Wir werden uns bemühen, diese, wo immer möglich, zu berücksichtigen.

Herr Dr. E. Cleve Tel.: 02831/89958